**En sciences, la création de modèles destinés à expliquer notre réalité est toujours allée de pair avec le développement d'outils mathématiques.**

Vous trouverez au sein de ce livret maths, tous les outils mathématiques utilisés en classe d'enseignement scientifique.

# 1 S'entraîner au calcul

## Point de cours 1 Révisions

**Propriété**

Dans une expression numérique sans parenthèses, on effectue :

- d'abord les multiplications et les divisions, de gauche à droite ;
- puis les additions et les soustractions, également de gauche à droite.

**Propriété**

Dans une expression numérique qui contient des parenthèses, on effectue :

- en priorité les calculs entre les parenthèses ;
- puis on procède comme pour une expression numérique sans parenthèses.

Quand il y a des parenthèses imbriquées, on effectue d'abord les calculs entre les parenthèses les plus intérieures.

**Exemples**

$A = 20 - 2 \times 3 + 12 \div 6 = 20 - 6 + 2 = 14 + 2 = 16$

$B = (3 \times (7 - 3)) + 1 = (3 \times 4) + 1 = 12 + 1 = 13$

**1 Effectuez les calculs suivants.**

**a.** $5 \times 9 - 25 \div 5$

**b.** $7 \times (64 - 54)$

**c.** $45 - 30 \div (8 - 3)$

**2 Effectuez les calculs suivants.**

**a.** $5 + 8 - 4 \times 3$

**b.** $36 \div 6 + 7 \times 6$

**c.** $4 + 63 \div 9 + 2$

**d.** $81 - 11 \times 6 \div 3$

**e.** $40 \div 8 + 8 \times 8$

**f.** $12 \times 6 \div 8 \times 7$

**3 Effectuez les calculs suivants.**

**a.** $(1 + 4 \times 8) + 2$

**b.** $72 \div (16 \div 2)$

**c.** $7 \times 6 + (18 \div 9)$

**d.** $20 - (8 \times 4 - 20)$

**e.** $35 \div 7 \times (47 - 12)$

**f.** $(15 + 2) \times 3 + 4$

## Point de cours 2 Proportionnalité

**Définition**

Deux grandeurs sont proportionnelles si les valeurs de l'une sont obtenues en multipliant les valeurs de l'autre toujours par un même nombre, appelé le **coefficient de proportionnalité**.

**Exemple**

Le prix payé à la station service est proportionnel au volume d'essence mis dans le réservoir du véhicule. Le coefficient de proportionnalité est le prix au litre.

## Point de cours 3 Représentation de la proportionnalité

**Propriété**

On peut toujours représenter une situation de proportionnalité à l'aide d'un tableau de proportionnalité.

**Exemple**

Chez le primeur, 5 kg de pommes coûtent 6 euros. On peut représenter cette situation à l'aide d'un tableau.

| Masse (kg) | 5 | 15 |
|---|---|---|
| Prix (euros) | 6 | 18 |

**Propriété**

Une situation de proportionnalité est modélisée par une fonction linéaire et, dans un repère, elle est représentée par une droite qui passe par l'origine de ce repère. Le coefficient de proportionnalité correspond alors au coefficient directeur de cette droite.

**Définition**

Un pourcentage traduit une proportion. C'est une fraction dont le dénominateur vaut 100. Déterminer un pourcentage revient à calculer cette proportion.

**Exemple**

Dans une classe de 25 élèves il y a 7 filles. Pour déterminer le pourcentage de filles, on peut remplir un tableau de proportionnalité. On trouve 28 % :

| | × 4 | |
|---|---|---|
| Numérateur | 7 | $x$ |
| Dénominateur | 25 | 100 |
| | × 4 | |

**4** **Identifiez les grandeurs proportionnelles.**

**a.** La longueur du côté d'un carré et son périmètre.

**b.** Le nombre de sommets d'un polygone et la somme de ses angles.

**c.** La longueur du côté d'un carré et son aire.

**d.** Le nombre de lettres dans un mot et le nombre des voyelles dans le mot.

**5** **Complétez les tableaux de proportionnalité suivants.**

**a.** (× 7)

| 3 | 7 | 10 | 13 |
|---|---|---|---|
| | | | |

**b.** (× 0,5)

| 5 | 9 | 2 | 6 |
|---|---|---|---|
| | | | |

**c.** (× $\frac{2}{5}$)

| 1 | 3,5 | 7 | 2,5 |
|---|---|---|---|
| | | | |

**d.** (× ...)

| 1 | 2 | 10 | 6 |
|---|---|---|---|
| | | 6 | |

**e.** (× ...)

| | 5 | | 20 |
|---|---|---|---|
| 8 | | 12 | 16 |

**f.** (× ...)

| 2 | 5,5 | 7,5 | |
|---|---|---|---|
| | 0,55 | | 101,5 |

**6** **Si j'achète 3 places de cinéma, je paie 5 €. Si j'en achète 10, ça me coûte 15 €, donc :**

**a.** 20 places me coûteront $15 \times 2 = 30$ €.

**b.** Je ne peux pas savoir combien coûte une place car le prix n'est pas proportionnel au nombre de places achetées.

**c.** 7 places me coûteront $15 - 5 = 10$ €.

**d.** 1 place coûte 2 €.

**7** **La classe de 2de 4.**

La classe de 2de 4 du lycée Duruy est composée de 38 élèves, dont 16 filles.

Quel est le pourcentage de filles en 2de 4 ?

**8** **Le laiton jaune est un alliage métallique de cuivre et de zinc. Un morceau de 650 g de laiton jaune contient 403 g de cuivre.**

**a.** Quel est le pourcentage de cuivre contenu dans ce morceau de laiton jaune ?

**b.** Quel est le pourcentage de zinc contenu dans ce morceau de laiton jaune ?



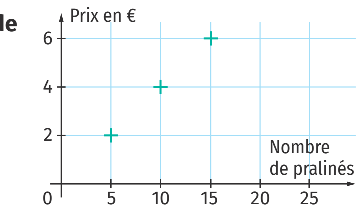


**9** **Effectuez les calculs suivants.**

Sur une carte d'échelle $\frac{1}{200000}$, la maison d'Abdel est à 1,25 cm de son collège.

Quelle est la distance réelle entre son collège et sa maison en ligne droite ?

**10** **Quel est le prix de 13 pralinés ?**




## Point de cours 4 Calcul littéral

**Définition**

- Une expression littérale est une expression dans laquelle des lettres représentent des nombres. Ces lettres sont appelées des variables.
- Deux expressions littérales sont « égales » si elles donnent le même résultat pour n'importe quelles valeurs attribuées aux lettres de l'expression.

**Propriété**

- **Simple distributivité.** Quels que soient les nombres $k$, $a$ et $b$, on a toujours : $k(a+b) = ka + kb$.
- **Double distributivité.** Quels que soient les nombres $a$, $b$, $c$ et $d$, on a : $(a+b)(c+d) = ac + ad + bc + bd$.

**Propriété**

**Identités remarquables.** Pour tous nombres $a$ et $b$, on a :

| forme factorisée | | forme développée |
|---|---|---|
| $(a+b)^2$ | = | $a^2 + 2ab + b^2$ |
| $(a-b)^2$ | = | $a^2 - 2ab + b^2$ |
| $(a+b)(a-b)$ | = | $a^2 - b^2$ |

**Exemples**

- $3x + 8 = 4x(2-x)$ est une expression littérale.

Quels que soient les nombres $a$ et $b$, on a : $(a-b)^2 = a^2 - 2ab + b^2$.

- $4x(2-x) = 4x \times 2 - 4x \times x$
  $4x(2-x) = 8x - 4x^2$
- $3 - 2z(5z-4) = 3 - 2z \times 5z - 2z \times (-4)$
  $3 - 2z(5z-4) = 3 - 10z^2 + 8z$
- $(2x-5)(3+4x) = 6x + 8x^2 - 15 - 20x$
- Soit $\mathrm{A} = (4+3z)(2z+1) - (5+7z)(z+3)$
  $\mathrm{A} = 8z + 4 + 6z^2 + 3z - (5z + 15 + 7z^2 + 21z)$
  $\mathrm{A} = z^2 - 15z - 11$
- $(3x+7)^2 = 9x^2 + 42x + 49$
- $(5-2y)^2 = 25 - 20y + 4y^2$
- $(z+3)(z-3) = z^2 - 9$

**11** **Périmètre d'un cercle.**

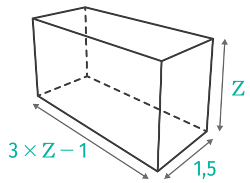
Le lien entre le diamètre $d$ et le rayon $r$ d'un cercle est donné par la formule $d = 2r$.

Pour calculer le périmètre $P$, on applique la formule $P = 2\pi r$. Complétez le tableau suivant.

| $r$ en cm | $d$ en cm | Valeur arrondie de P au millimètre près |
|---|---|---|
| 5,0 | | |
| 8,0 | | |
| 4,0 | | |
| 7,5 | | |
| 2,5 | | |

**12** **Calculez le volume de ce parallélépipède rectangle pour :**

**a.** $z = 2$ **b.** $z = 8$ **c.** $z = 4{,}5$



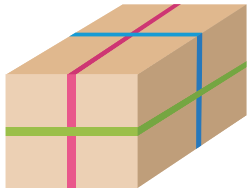

**13** **Distance de freinage.**

À l'autoécole, on apprend que « la distance de freinage $d$ est le centième du carré de la vitesse $v$ ».
Exprimez cette règle par une formule.

**14** **Factorisez les expressions suivantes.**

**a.** $3x + 9$
**b.** $27 - 9y$
**c.** $12x + 18y$
**d.** $13x + 2x$
**e.** $xy + 4y$
**f.** $x^2 + 3x$

**15** **Un paquetage.**



**a.** De quelle longueur de ficelle a-t-on besoin pour ficeler le paquet ci-contre de longueur 40 cm, de largeur 30 cm et de hauteur 10 cm, de la façon indiquée, sans compter les nœuds ?
**b.** Donnez la longueur de la ficelle en fonction des dimensions $L$, $l$ et $h$ du paquet.

**16** **Éliminez toutes les parenthèses et réduisez les expressions au maximum.**

**a.** $3{,}5e + 2{,}2e + e \times 2$
**b.** $c \times (3 + 11) + c + 2$
**c.** $1{,}7 - (2{,}4 \times a - 2{,}4)$
**d.** $(2a + 3) \times 3 + 8a$
**e.** $(x + y) \times (z + 4)$
**f.** $3 - (-6 + a) \times 20$
**g.** $(a + 1) \times (b + 1) - 2$
**h.** $(a - 3) \times (a + 1) - 4a$

**17** **Réduisez les expressions au maximum.**

**a.** $(7 + a) \times (b + 1)$
**b.** $(3{,}2 - x) \times (2 + x)$
**c.** $(y - 1{,}5) \times (y - 1)$
**d.** $(ab + 1) \times (a + b)$
**e.** $-1 - a \times (3 - a)$
**f.** $(x + 4)^2$
**g.** $(x - 4)^2$
**h.** $(x + 4) \times (x - 4)$
**i.** $(-x - 4) \times (-x - 4)$
**j.** $(-4 - 4) \times (-x - x)$
**k.** $(a + b) \times (a - c)$
**l.** $(-2 \times a) \times (a + 4)$
**m.** $(x + 2)^3$
**n.** $(x - 2)^3$

## Point de cours 5 Équations à une inconnue

**Définition**

- Résoudre une équation, c'est trouver toutes les valeurs que l'on peut donner à $x$ pour que l'égalité soit vraie. Ces valeurs sont appelées solutions de l'équation.
- Méthode de résolution : on applique des opérations successives aux deux membres de l'équation dans le but d'avoir l'inconnue d'un seul côté. On obtient ainsi la valeur de l'inconnue. On vérifie que chaque valeur trouvée est bien solution de l'équation.

**Propriété**

Un produit est nul si et seulement si au moins l'un de ses facteurs est nul.

**Exemples**

- $3 \times 2 + 2 = 8$
  $2 + 6 = 8$
  Donc avec $x = 2$, l'égalité $3x + 2 = x + 6$ est vérifiée.
  2 est une solution de cette équation.
- $5x + 6 = 8 - 2x$
  $7x + 6 = 8$
  $7x = 2$
  $x = \frac{2}{7}$

Si on remplace $x$ par cette valeur alors l'égalité de départ est bien vérifiée.

- $(3x - 8)(x + 7) = 0$ est une équation produit nul d'inconnue $x$.
  Soit $(3x - 8) = 0$ ou $(x + 7) = 0$
  Soit $x = \frac{8}{3}$ ou $x = -7$
  Cette équation admet donc deux solutions :
  $\frac{8}{3}$ et $-7$.







**18** **Résolvez les équations suivantes.**

**a.** $3x + 7 = -13 - 2x$
**b.** $3(2x - 3) = 27$
**c.** $6(x - 3) = 3x$
**d.** $2x - 9 = (5x + 7) \times (-3)$
**e.** $0{,}5x - 2{,}6 = 3x + 1{,}4$
**f.** $8x = (5x - 3) \times (-0{,}2)$

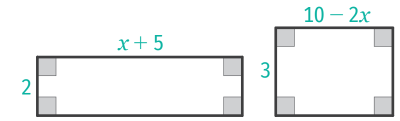
**19** **Résolvez les équations suivantes.**

**a.** $6x - 4 = 3 \times (2 - x)$
**b.** $2 \times \pi \times x = 10$
**c.** $-\frac{1}{2} = \frac{1}{4}x + 5$
**d.** $0{,}5x + 2 = 3x - 8$
**e.** $2x = 3 \times \pi$
**f.** $\frac{1}{3}x + \frac{2}{3}x = 5 + 2x$

**20** **Résolvez les équations suivantes.**

**a.** $(x + 1) \times (x - 2) = 0$
**b.** $(3x + 2) \times (-4x + 5) = 0$
**c.** $x^2 - 2x + 1 = (x + 1)(-2x + 7)$
**d.** $(3x + 2)(-4x + 5) = 0$
**e.** $(2x + 5)^2 = 0$

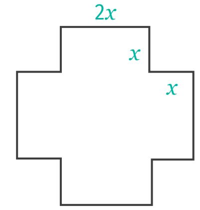
**21** **Aires et périmètres.**




**a.** Déterminez la valeur de $x$ pour laquelle les deux rectangles ont la même aire.
**b.** Déterminez la valeur de $x$ pour laquelle les deux rectangles ont le même périmètre.

**22** **Périmètre d'une figure géométrique.**

Aude veut former la figure illustrée ci-contre avec un fil métallique de 96 cm de longueur.
Quelle est la valeur maximale que l'on peut choisir pour $x$ ?




# 2 Graphiques

## Point de cours 1 Lecture et construction

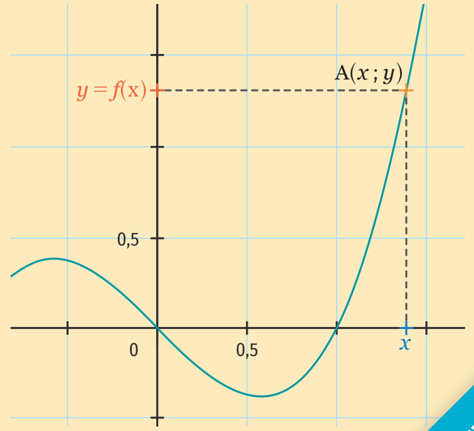
**Définition**

Définir une fonction $f$ sur un ensemble de réels $\mathrm{D}$ consiste à associer à chaque réel $x \in \mathrm{D}$ un unique réel $y$.
Pour signifier que $y$ est le réel associé à $x$ par la fonction $f$, on note : $y = f(x)$.
On note cette correspondance :

$$\begin{array}{llll} f : & \mathrm{D} & \rightarrow & \mathbb{R} \\ & x & \mapsto & f(x) \end{array}$$

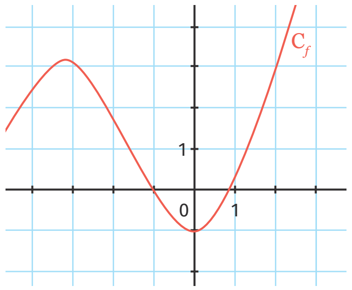
**Définition**

Il y a plusieurs modes de définition d'une fonction $f$ permettant d'associer à un réel $x$ de l'ensemble de définition $D$, son image $y$. Par exemple, avec une courbe : la courbe représentative d'une fonction $f$ est l'ensemble des points $\mathrm{A}(x\,;y)$, tels que $y = f(x)$.



**1 Lecture d'un graphique.**

$f$ est la fonction dont la représentation graphique est la suivante.



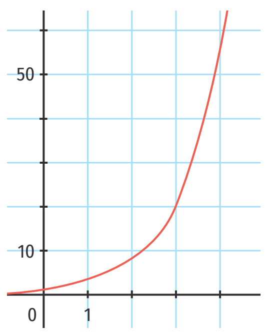

a. Complétez le tableau de valeurs suivant par lecture graphique.

| $x$ | − 4 | | − 1,5 | | 0 |
|---|---|---|---|---|---|
| $f(x)$ | | 3 | | 0 | − 1 |

b. Complétez les phrases suivantes.
- 0 est l'... de − 1 par $f$.
- 3 est l'... de ... par $f$.
- 2 semble avoir ... antécédents par $f$.
- − 4 est un ... de 2 par $f$.

**2 Exploitez une courbe représentative.**

On a représenté une fonction $f$ en fonction de $t$.




Estimez :

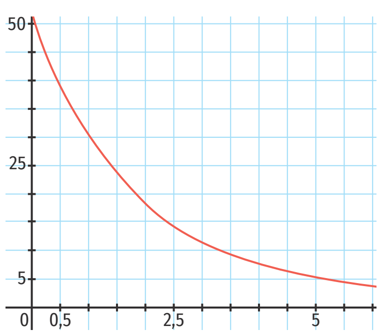
a. $f(2)$ ;

b. l'image de 3 par $f$ ;

c. par combien on multiplie $f(3)$ pour obtenir $f(4)$.

**3 Lecture d'antécédents.**

On a représenté une fonction $f$ en fonction de $t$.




Estimez :

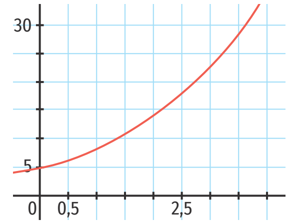
a. le nombre qui a pour image 30 ;

b. l'antécédent de 10 ;

c. quel intervalle $[t_1 ; t_2]$ a pour image l'intervalle $[15 ; 30]$ ?

**4 Exploiter une courbe représentative.**

On a représenté une fonction $f$ en fonction de $x$.




Estimez :

a. l'image de 0 ;

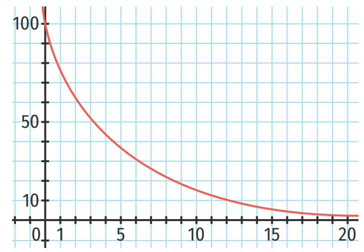
b. l'antécédent de 30 ;

c. la solution de $f(t) = 15$ ;

d. $t$ tel que $f(t) = 2 \times f(2)$.

**5 Demi-vie.**

On a représenté une masse de matière (en g) en fonction du temps (en milliers d'années).




Estimez :

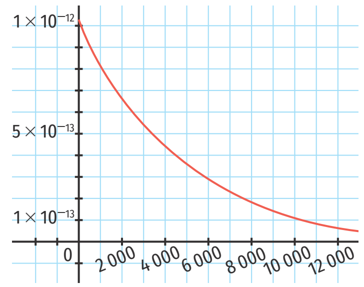
a. la quantité initiale de matière ;

b. au bout de combien d'années reste-t-il 50 g de matière ?

c. en combien de temps la quantité de matière passe de 40 g à 20 g.

**6 Carbone 14.**

On a représenté la proportion d'atomes de carbone 14 dans un extrait de matière, en fonction du temps $t$ en années.




Estimez :

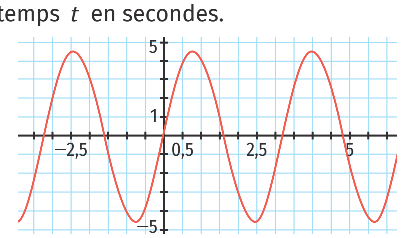
a. la proportion initiale d'atomes de carbone 14 ;

b. la durée au bout de laquelle la proportion de carbone 14 aura diminué de moitié ;

c. la durée au bout de laquelle cette proportion aura de nouveau diminué de moitié.

**7 Lecture d'une amplitude.**

La courbe suivante représente une amplitude en fonction du temps $t$ en secondes.



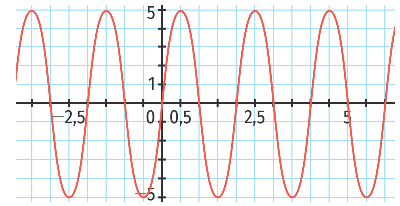

a. Combien vaut l'amplitude au bout de 4 secondes ?

b. Pour quelle(s) valeur(s) de $t$ l'amplitude est-elle maximale ? Minimale ?



**8 Lecture d'une période.**

La courbe suivante représente une amplitude en fonction du temps $t$ en secondes.




Quelle est la durée en secondes séparant deux points de la courbe de même amplitude ?

**9 Tracer une courbe.**

En vous aidant de la calculatrice, tracez la fonction $f(t) = 5 \times \sin(2t + 100)$ dans un repère à l'échelle adaptée. La calculatrice étant configurée en degrés.

**10 Tracer une courbe.**

Pour chacune des fonctions suivantes.
- $f : x \mapsto 0{,}25x$
- $h : x \mapsto 2x^2 - 1$
- $g : x \mapsto \frac{4}{5}x - \frac{1}{5}$
- $p : x \mapsto x^2 - 3x + 4$

a. Reproduisez et complétez le tableau suivant.

| $x$ | − 3 | − 2 | − 1 | 0 | 1 | 2 | 3 | 4 |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| $f(x)$ | | | | | | | | |
| $g(x)$ | | | | | | | | |
| $h(x)$ | | | | | | | | |
| $p(x)$ | | | | | | | | |

b. Tracez une représentation graphique de la fonction.

c. Dans quels cas auriez-vous pu la tracer avec moins de points ?

## Point de cours 2 Calcul de coefficient directeur

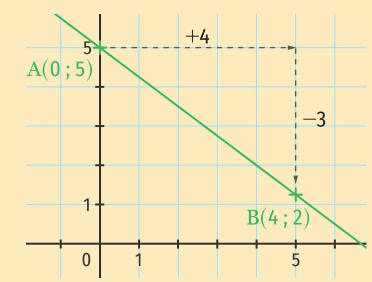
**Définition**

- Une **fonction** $f$ est dite **affine** s'il existe deux nombres $m$ et $p$ tel que pour tout $x \in \mathbb{R}$, $f(x) = mx + p$.
- Les nombres $m$ et $p$ sont respectivement appelés le **coefficient directeur** et l'**ordonnée à l'origine** de $f$.
- Soit $f$, une fonction affine définie pour tout $x \in \mathbb{R}$ par $f(x) = mx + p$. Pour représenter $f$, il suffit de placer deux points $\mathrm{A}(x_\mathrm{A} ; y_\mathrm{A})$ et $\mathrm{B}(x_\mathrm{B} ; y_\mathrm{B})$ avec $y_\mathrm{A} = mx_\mathrm{A} + p$ et $y_\mathrm{B} = mx_\mathrm{B} + p$.

**Exemple**

$f(x) = -\frac{3}{4}x + 5$

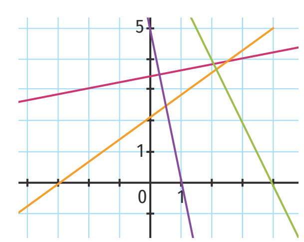
| $x$ | 0 | 4 |
|---|---|---|
| $f(x)$ | 5 | 2 |




Le point d'intersection de l'axe des ordonnées et de la droite est le point de coordonnées $(0 ; 5)$ d'où $p = 5$. Depuis ce point, on se décale de 4 unités vers la droite, puis on descend de 3 unités pour retrouver la droite : d'où $m = \frac{-3}{4}$.

**11 Fonctions affines.**

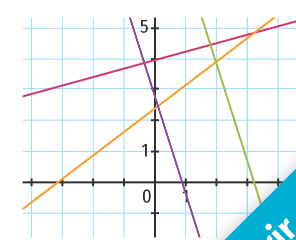
Déterminez le coefficient directeur et l'ordonnée à l'origine de ces droites.




**12 Identifier une droite.**

Soit $f : x \mapsto -3x + \frac{5}{2}$ et $g : x \mapsto \frac{1}{4}x + 4$.

Identifiez les droites représentatives de $f$ et de $g$ parmi ces droites.



**13** **Coefficients directeurs.**

Dans chaque cas, déterminez le coefficient directeur de la droite $(AB)$.

**a.** $A(1\,;1)$ et $B(-5\,;0)$.

**b.** $A(-0{,}5\,;3)$ et $B(0{,}5,-2)$.

**c.** $A\left(-\frac{2}{3}\,;\frac{1}{4}\right)$ et $B\left(\frac{1}{3}\,;1{,}25\right)$.

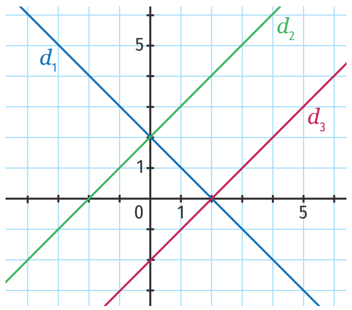
**14** **Équations de droites.**

Associez à chaque équation la droite correspondante.

**a.** $y=x-2$

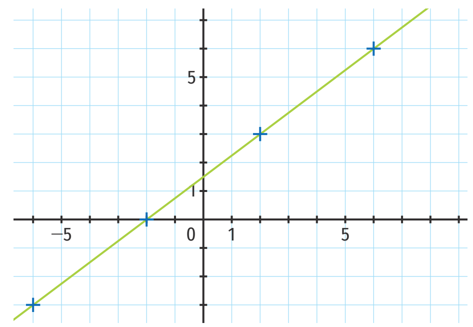
**b.** $y=2-x$

**c.** $y=x+2$




**15** **Paramètres d'une fonction affine.**

Les croix bleues appartiennent à une droite d'équation $y=mx+p$.




**a.** Avec les indications de la figure, proposez des calculs pour déterminer $m$.

**b.** Quelle est l'ordonnée du point d'abscisse 5 ?

# 3 Puissances et racines

## Point de cours 1 Les puissances

**Définition**

Les puissances sont une abréviation d'écriture pour les produits composés d'un même facteur répété plusieurs fois. Au lieu d'écrire $2\times2\times2\times2\times2\times2$, on peut écrire $2^6$ et on lit « 2 puissance 6 ».

**Définition**

Pour tout nombre $a$ non nul et tout entier positif $n$, une puissance de $a$ à l'exposant négatif $-n$ s'écrit :

$$a^{-n}=\frac{1}{a^n}=\frac{1}{\underbrace{a\times a\times\ldots\times a}_{n\text{ fois }a}}$$

**Exemples**

$\frac{1}{5^4}=5^{-4}$ et $7^3=\frac{1}{7^{-3}}$

**Remarque 1** Quelle que soit la valeur de $a$, $a^0=1$.

**Remarque 2** $a^{-n}$ est l'inverse de $a^n$.

**Propriété**

Si $m$ et $n$ sont des entiers et $b$, un nombre non nul

$a^m\times a^n=a^{m+n}$

$\frac{a^n}{b^n}=\left(\frac{a}{b}\right)^n$

**Propriété**

Si $n$ est un entier et $b$ un nombre non nul

$a^n\times b^n=(a\times b)^n$

$\frac{a^n}{b^n}=\left(\frac{a}{b}\right)^n$

**Remarque 3** Les puissances sont prioritaires dans un calcul, et doivent être déterminées avant les parenthèses ou les multiplications.

**Exemple**

$2^3\times3^2=8\times9=72$





**1** **Écrivez le produit comme une puissance d'un nombre.**

**a.** $3\times3\times3\times3\times3\times3$

**b.** $2\times7\times2\times7\times2\times7\times2\times7$

**c.** $(-14)\times(-14)\times(-14)$

**d.** $\pi\times\pi\times\pi\times\pi\times\pi$

**2** **Calculez les expressions suivantes.**

**a.** $\frac{6^3}{10}$

**b.** $(1-0{,}7)^3$

**c.** $2-0{,}7^3$

**d.** $20{,}4+(-2)^4$

**e.** $(8+2)^4$

**f.** $\left(\frac{6}{10}\right)^3$

**g.** $150+(8+2)^4$

**h.** $150+8+2^4$

**i.** $150-(-8-2)^4$

**3** **Calculez en faisant attention aux priorités de calcul.**

**a.** $(5+3)^4$

**b.** $5^4+3^4$

**c.** $\frac{(5+3)^4}{(5^4+3^4)}$

**d.** $\frac{5^4}{3^4}+\frac{3^4}{5^4}$

**e.** $5\times3^4$

**f.** $5^4\times3^4$

**g.** $(5\times3)^4$

**4** **Ces égalités sont-elles vraies ? Justifiez.**

**a.** $6^3=3^3\times2^3$

**b.** $8^4=2\times4^4$

**c.** $9^5=4^5+5^5$

**d.** $10^8=((3+7)^2)^4$

**5** **Lesquelles de ces expressions sont égales ?**

Justifiez la réponse sans utiliser la calculatrice.

**a.** $2^{100}$

**b.** $\frac{1}{4^{-20}}\times(-2)^{60}$

**c.** $100^2$

**d.** $5^4\times2^4$

**e.** $(2^{20})^5$

**f.** $200^2$

**g.** $50^4$

**h.** $(-2)^{99}\times2$

**6** **Effectuez les opérations suivantes sans calculatrice.**

**a.** $1+3^2$

**b.** $2\times5^3$

**c.** $(2\times5)^3$

**d.** $2^{-1}+5^{-2}$

**7** **Énergie et vitesse d'un objet.**

L'énergie cinétique d'un objet est calculée par la moitié du produit de sa masse par le carré de sa vitesse.

Quelle est la vitesse d'un objet de masse 5 kg et dont l'énergie cinétique est 90 J (J = joule) ?

## Point de cours 2 Puissances de 10

**Définition**

Un nombre est écrit en notation scientifique lorsqu'il est écrit sous la forme :

$a\times10^n$ avec $a$ un nombre décimal supérieur ou égal à 1 et strictement inférieur à 10 et $n$ un nombre relatif.

**Exemples**

$4{,}218\times10^3$ est l'écriture scientifique de 4218.

$5{,}21\times10^{-8}$ est l'écriture scientifique de 0,0000000521.

**8** **Donnez l'écriture scientifique des nombres suivants.**

**a.** 437850000000

**b.** 0,00000416

**c.** 1593,28

**d.** 0,0000000181

**e.** $17{,}4\times10^9$

**f.** $9{,}8\times100^{11}$

**g.** 56,753219

**h.** $0{,}67842\times10^6$

**9** **Donnez l'écriture scientifique des nombres suivants.**

**a.** $20^7\times5^7$

**b.** $200^3\times0{,}00052^2$

**c.** $5\times10^3\times(2\times10^{-2})^3$

**d.** $5^{-1}\times10^3$

**e.** $\frac{28\times10^4}{0{,}4\times10^7}$

**10** **Donnez l'écriture scientifique des nombres suivants.**

Justifier la réponse sans utiliser la calculatrice.

**a.** 87000000

**b.** 0,00045

**c.** $291\times10^{-7}$

**d.** $0{,}052\times10^5$

**e.** $89789\times10^9$

**f.** $3000006\times10^{-6}$

**11** **Écrivez en notation scientifique les nombres suivants.**

**a.** 232 **b.** 75,7 **c.** 0,958 **d.** 100000

## Point de cours 3 Le logarithme décimal

**Définition**

Pour tout réel $x$, si $a$ est un nombre quelconque, la solution de l'équation $10^x = a$ est le « logarithme de $a$ », noté $\log_{10}(a)$ ou plus simplement $\log(a)$.

**Propriété**

$\log(10^x) = x$, pour tout réel $x$.

**Remarque** Autrement dit, le logarithme décimal « compte » les puissances de 10. Il donne un ordre de grandeur d'un nombre en termes de puissances de 10.

**Propriété**

Pour tous réels $x > 0$ et $x' > 0$ :
- $\log(x \times x') = \log(x) + \log(x')$
- $\log\left(\frac{x}{x'}\right) = x - x'$

**Propriété**

- si $0 < x < 1$, alors $\log(x)$ est négatif.
- si $x$ est un nombre supérieur à 1, alors $\log(x)$ est positif.

**Exemples**

- $\log(1000) = 3$
- La solution de $10^x = 13\,800$ est $x = \log(13\,800) \approx 4{,}14$.

**12 Choisissez la bonne réponse.**

Si un nombre est multiplié par 100, alors son log...

a. double.

b. est multiplié par 100.

c. augmente de 2.

**13 Calculez les logarithmes suivants.**

a. $\log(100)$

b. $\log(100\,000)$

c. $\log(10^7)$

**14 Calculez les logarithmes suivants.**

a. $\log(0{,}1)$

b. $\log(0{,}0001)$

c. $\log(10^{-9})$

**15 Résolvez les équations suivantes et donnez une valeur approchée du résultat.**

a. $10^x = 5\,341$

b. $10^x = 0{,}000\,084$

c. $10^{2x+1} = 67\,910\,400$

d. $10^{-3x} = 0{,}000\,048$

## Point de cours 4 Racine carrée

**Définition**

Soit $a$ un nombre réel positif. La racine carrée de $a$ est l'unique nombre réel positif dont le carré est égal à $a$ : pour tout $a \geqslant 0$, $(\sqrt{a})^2 = a$.

**Propriété**

Soit $a$ et $b$ des nombres réels positifs. On a alors :
- $\sqrt{ab} = \sqrt{a}\sqrt{b}$
- si $b \neq 0$, on a : $\sqrt{\frac{a}{b}} = \frac{\sqrt{a}}{\sqrt{b}}$
- si $a \neq 0$ et $b \neq 0$, $\sqrt{a+b} < \sqrt{a} + \sqrt{b}$

**Exemple**

$\sqrt{16+9} = \sqrt{25} = 5$ et $\sqrt{16} + \sqrt{9} = 4 + 3 = 7$ et $5 < 7$.

**Propriété**

Pour tout nombre réel $a$, on $\sqrt{a^2} = |a|$.







**16 Sans calculatrice.**

Effectuez les calculs suivants.

a. $\sqrt{4}$ b. $\sqrt{(-6)^2}$ c. $\sqrt{11}^2$ d. $\sqrt{5^4}$

**17 Quelques fractions.**

Écrivez les expressions suivantes sans racine carrée au dénominateur.

a. $\frac{2}{\sqrt{3}-\sqrt{2}}$

b. $\frac{\sqrt{2}-\sqrt{5}}{\sqrt{7}-\sqrt{3}}$

c. $\frac{1+2\sqrt{3}}{1+\sqrt{2}}$

d. $\frac{5-\sqrt{2}}{\sqrt{2}+\sqrt{\pi+1}}$

e. $\frac{2-3\sqrt{5}}{\sqrt{6}}$

f. $\frac{1+5\sqrt{2}}{3\sqrt{2}}$

**18 Simplifications d'expressions.**

Écrivez les expressions suivantes sous la forme $\sqrt{a}$ avec $a > 0$.

a. $\sqrt{7} \times \sqrt{6}$

b. $\sqrt{15} \div \sqrt{5}$

c. $\sqrt{16} + \sqrt{9}$

d. $4\sqrt{3}$

**19 Simplifications d'expressions.**

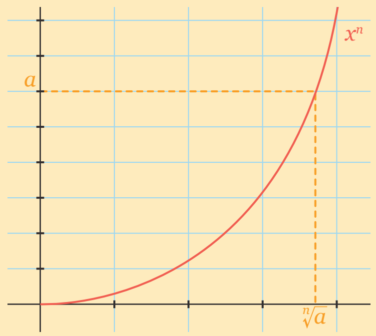
Écrivez sous la forme $a\sqrt{b}$ avec $a$ et $b$ des nombres entiers strictement positifs, $b$ étant le plus petit possible.

a. $\sqrt{50}$ b. $\sqrt{200}$ c. $\sqrt{147}$ d. $\sqrt{54}$

## Point de cours 5 Racine n-ième

**Propriété**

L'équation $x^n = a$ d'inconnue $x$ (où $a \geq 0$) a pour solution dans $\mathbb{R}^+$ $x = \sqrt[n]{a}$ (« racine n-ième » de $a$) qui s'écrit également $x = a^{\frac{1}{n}}$.




**Exemple**

La solution de $x^3 = 6$ est le nombre $x = \sqrt[3]{6} \approx 1{,}82$.

En effet, on a $1{,}82^3 \approx 6$.

**20 Déterminez le nombre $n$ tel que :**

a. $3^n = 81$

b. $2^n = 1024$

c. $\left(\frac{3}{2}\right)^n = 11{,}390\,625$

**21 Résolvez mentalement les équations suivantes.**

a. $x^2 = 16$

b. $x^5 = 32$

c. $x^4 = 10\,000$

d. $x^3 = 27$

**22 Résolvez à la calculatrice les équations suivantes en utilisant la touche $\sqrt[n]{\ }$.**

a. $x^6 = 240$

b. $x^5 = 125{,}6$

c. $x^{10} = 807$

d. $x^5 = 114$

e. $x^3 = 35{,}6$

f. $x^8 = 32\,768$

**23 Démonstration.**

Soit a un nombre réel et n un nombre entier naturel

Démontrer que le nombre $a^{\frac{1}{n}}$ est solution de l'équation $x^n = a$.

**24 Résolvez les équations suivantes.**

a. $x^3 + 108{,}6 = 651{,}8$

b. $\frac{316x^7}{61x^3} = 700$

c. $(1000 - 71)x^6 = 41x^2$

**25 Résolvez les équations suivantes.**

a. $(x-2)^3 = 116$

b. $(2x+1)^4 + 90 = 908$

c. $(3-x)^3 = 0{,}001$

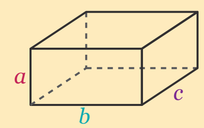
# 4 Rappels de géométrie

## Point de cours 1 Volume des solides

**Propriété**

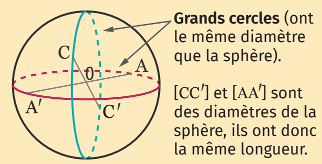
Un parallélépipède rectangle (ou pavé droit) est un solide possédant 6 faces rectangulaires. Il a 8 sommets et 12 arêtes.

Le volume d'un pavé droit d'arêtes de longueurs $a$, $b$ et $c$ est donné par la formule : $V = a \times b \times c$.



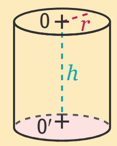

**Propriété**

- La sphère de centre O et de rayon $r$ est formée de tous les points M de l'espace tels que $OM = r$.
- La boule de centre O et de rayon $r$ est formée de tous les points M de l'espace tels que $OM < r$.
- Le volume de la boule de rayon $r$ est donné par la formule : $V = \frac{4}{3} \times \pi \times r^3$.



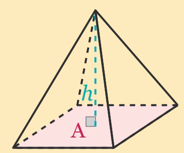

**Propriété**

Le volume du cylindre de révolution de rayon $r$ et de hauteur $h$ est donné par la formule : $V = \pi \times r^2 \times h$.




**Propriété**

Le volume de la pyramide d'aire de base A et de hauteur $h$ est donné par la formule : $V = \frac{1}{3} \times A \times h$.




**1 Donnez le volume en cm³ puis en m³.**

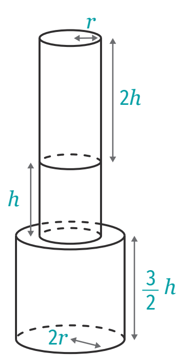
**a.** D'un carton de 20 cm sur 45 cm sur 60 cm.
**b.** D'un ballon de volleyball de 11 cm de rayon.
**c.** D'une balle de tennis de 6,5 cm de diamètre.
**d.** D'un tronc d'arbre cylindrique de 6 m de long et de rayon de 45 cm.
**e.** De la planète Terre qui peut être assimilée à une sphère dont le périmètre à l'équateur est d'environ 40 075 km.

**2 Une lampe torche.**

On modélise une lampe torche par la superposition de trois cylindres de révolution.

Exprimez le volume de cette lampe torche en fonction de $h$ et de $r$.

On factorisera le résultat par $\pi r^2 h$.

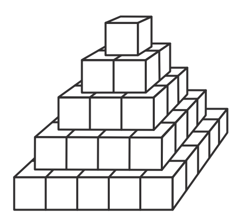



**3 La pyramide.**

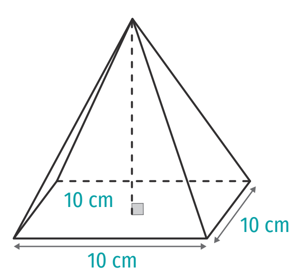
Calculez le volume d'une pyramide dont la base est un carré de 4 cm de côté dont la hauteur mesure 5 cm.

**4 La pyramide de cubes.**

La pyramide constituée de petits cubes comporte 5 étages. Le volume d'un petit cube est de 1 cm³.



**a.** Calculez le volume d'une telle pyramide si elle comporte 10 étages.
**b.** Calculez le volume de la pyramide suivante.
**c.** Comparez les résultats des questions **a.** et **b.** Qu'en pensez-vous ?









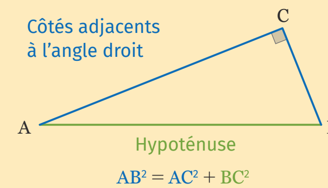

## Point de cours 2 Théorème de Pythagore

**Théorème**

Si un triangle est rectangle, alors le carré de la longueur de l'hypoténuse est égal à la somme des carrés des longueurs des deux autres côtés.

**Théorème**

Dans un triangle ABC, si l'égalité $AB^2 = AC^2 + CB^2$ est vérifiée, alors le triangle est rectangle en C.




**Exemple**

Le triangle SET tel que $ET = 13$ cm, $SE = 5$ cm et $ST = 12$ cm est-il rectangle ?

On sait que [ET] est le plus grand côté et que $ET^2 = 13^2 = 169$

$SE^2 + ST^2 = 5^2 + 12^2 = 25 + 144 = 169$

On constate que $ET^2 = SE^2 + ST^2$.

D'après la réciproque du théorème de Pythagore, le triangle SET est rectangle en S.

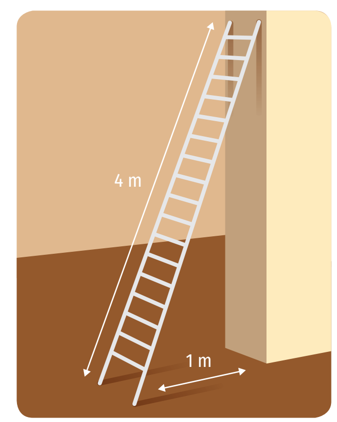
**5 Construction d'un triangle.**

Le triangle STU est rectangle en S tel que $ST = 8$ cm et $SU = 6$ cm.

**a.** Calculez TU², le carré de la longueur de l'hypoténuse. Déduisez-en la longueur de l'hypoténuse.
**b.** Construisez le triangle STU et mesurez la longueur du côté [TU].
**c.** Comparez la longueur mesurée avec la longueur obtenue par le calcul.

**6 Une échelle contre un mur.**

À quelle hauteur l'échelle touche-t-elle le mur ? Donnez un arrondi au cm.




**7 Triangles rectangles ?**

Les triangles EFG sont-ils rectangles ? Justifiez vos réponses.

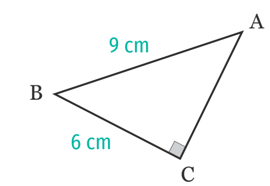
**a.** $EF = 7$ cm, $EG = 2{,}4$ cm et $FG = 7{,}4$ cm.
**b.** $EF = 27$ cm, $EG = 120$ cm et $FG = 123$ cm.

**8 L'escabeau.**

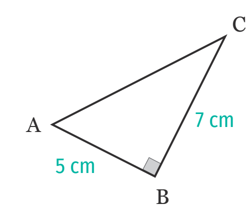
L'écartement au sol d'une échelle escabeau est de 1,20 m. De quelle longueur doivent être les deux jambes de l'échelle pour que son sommet soit à 1,70 m de hauteur ? (Arrondissez au cm.)

**9 Calculez la longueur du troisième côté.**

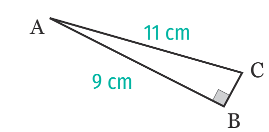
**a.**




**b.**



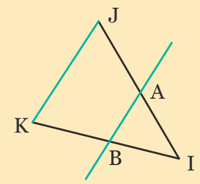

**c.**



## Point de cours 3 Théorème de Thalès

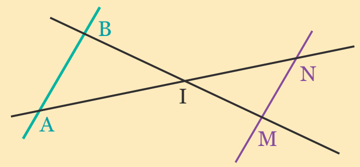
**Théorème**

(AJ) et (BK) sont deux droites sécantes en A.
Si les droites (AJ) et (BK) sont parallèles, alors $\frac{IA}{IJ} = \frac{IB}{IK} = \frac{AB}{JK}$.




**Théorème**

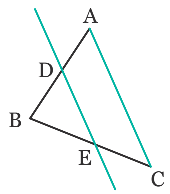
Les points A, I, N et B, I, M sont alignés dans le même ordre.
Si $\frac{IN}{IA} = \frac{IM}{IB}$, alors les droites (AN) et (MB) sont parallèles.



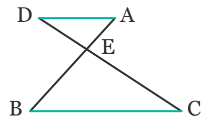

**10 Rapports de longueur.**

Les droites de couleur sont parallèles. Donnez tous les rapports de longueurs égaux.

**a.**

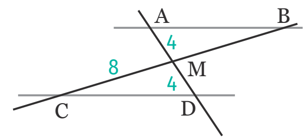



**b.**



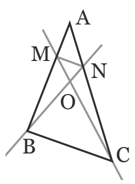

**11 Un quadrilatère.**

(AB) et (CD) sont parallèles. Calculez MB. Que pouvez-vous dire du quadrilatère ABDC ?




**12 Calculs de longueurs.**

(MN) et (BC) sont parallèles. On donne AB = 9 cm, AC = 12 cm, BC = 7 cm, AM = 3 cm et OB = 6 cm. Calculez AN, MN, ON.




# 5 Géométrie des cercles et des angles

## Point de cours 1 Angles alternes internes, supplémentaires et complémentaires

**Définition**

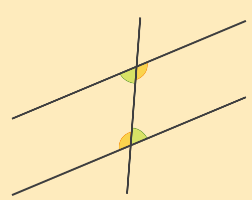
Les angles de la même couleur sont alternes internes.

**Propriété**

Deux droites parallèles forment des angles alternes internes égaux.

**Définition**

Deux angles dont la somme vaut :
- 90 ° sont complémentaires ;
- 180 ° sont supplémentaires (deux angles de couleurs différentes sur l'illustration).



**Remarque 1** Les trois angles d'un triangle sont supplémentaires.

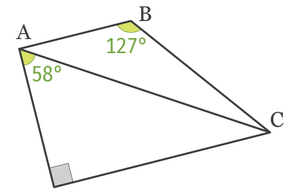
**Remarque 2** Les deux angles aigus d'un triangle rectangle sont complémentaires.





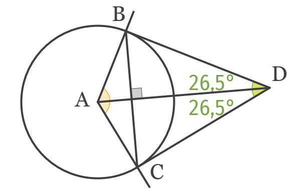
**1 Calcul d'angle.**

ABCD est un trapèze rectangle.
Calculez l'angle $\widehat{ACB}$.



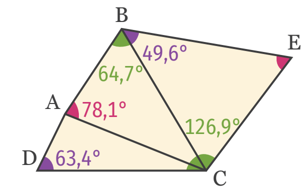

**2 Calcul d'angle.**

Les droites (BD) et (CD) sont tangentes au cercle. Calculez la mesure des angles $\widehat{ABC}$ et $\widehat{BAC}$.



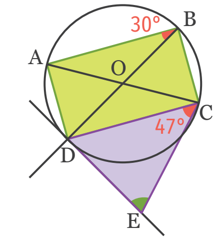

**3 Calcul d'angle.**

Calculez la mesure de l'angle $\hat{E}$.




**4 Calcul d'angle.**

$[BD]$ et $[CA]$ sont deux diamètres du cercle.
La droite $(ED)$ est tangente au cercle.
Calculez la mesure de l'angle $\hat{E}$.




## Point de cours 2 Longueur d'un arc de cercle - degrés - radians

**Propriété**

Dans un cercle de rayon $R$, la longueur $L$ d'un arc de cercle est proportionnelle à l'angle $\alpha$ (en degrés) qu'il intercepte : $L = \alpha \times \frac{\pi}{180} \times R$.

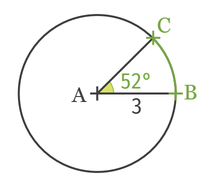
**Définition**

On peut exprimer l'angle en radians : $\alpha_{rad} = \alpha_{deg} \times \frac{\pi}{180}$.

**Remarque** On a $L = \alpha_{rad} \times R$.

**5 Calcul d'une longueur d'arc.**

Calculez la longueur de l'arc joignant B à C.




**6 Tableau de conversions.**

On considère un cercle de rayon 10 cm.

**a.** Complétez le tableau suivant.

| Angle en ° | 35 | 200 | | |
|---|---|---|---|---|
| Longueur d'arc en cm | | | 30 | 15 |

**b.** Calculez le coefficient de proportionnalité.

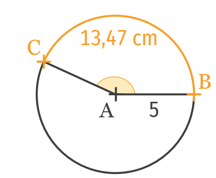
**7 Conversion de degrés en radians.**

On considère un cercle de rayon 10 cm.
Complétez le tableau suivant.

| Angle en ° | 35 | 200 | | |
|---|---|---|---|---|
| Longueur d'arc en cm | | | $\frac{\pi}{4}$ | $\frac{5\pi}{6}$ |

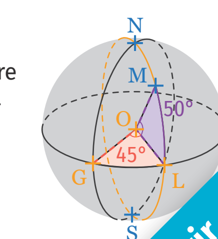
**8 Calcul d'angle.**

Calculez une mesure approchée de l'angle $\widehat{BAC}$ en degrés puis en radians.




**9 Calcul d'une longueur d'arc.**

La Terre est assimilée à une sphère de rayon 6 378 km représentée ci-contre.
Calculez les distances GL et LM.



## Point de cours 3 Formule des sinus (triangulation)

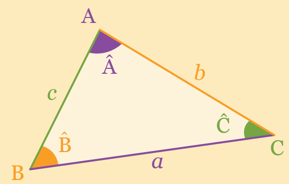
**Propriété**

**Loi des sinus**

Dans un triangle ABC, on a la relation :

$$\frac{a}{\sin(\hat{A})} = \frac{b}{\sin(\hat{B})} = \frac{c}{\sin(\hat{C})}.$$

**Remarque** Cette loi permet de calculer des distances par « triangulation ».



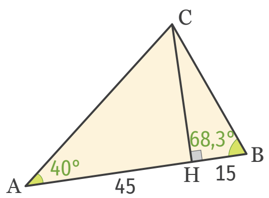

**10** **Calcul d'un sinus à la calculatrice.**

En choisissant le bon mode dans la calculatrice, remplissez le tableau suivant.

| | | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|
| **Angle en °** | 45 | 210 | | | | |
| **Angle en rad** | | | $\frac{\pi}{6}$ | $\frac{\pi}{2}$ | 0,1 | |
| **Sinus** | | | | | | 0,8 |

**11** **Calcul de longueurs.**

Calculez AC, BC, puis CH.

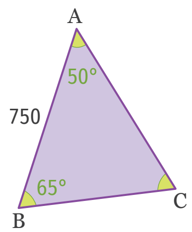



**12** **La loi des sinus.**

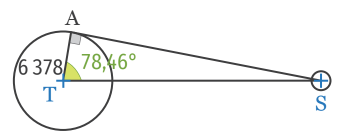
**a.** Calculez l'angle $\hat{C}$.

**b.** Complétez les égalités ci-dessous.

$$\frac{750}{\sin(\dots)} = \frac{\dots}{\sin(65)} = \frac{\dots}{\sin(50)}$$



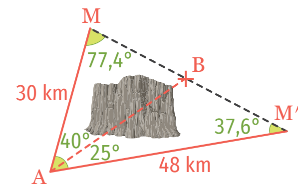

**13** **Calcul d'une distance.**




Calculez la longueur TS.

**14** **Application de la loi des sinus.**

Une montagne empêche de mesurer la distance AB. Calculez-la à l'aide des relevés de la figure.




## Point de cours 4 Loi des sinus dans le triangle rectangle

**Propriété**

Si le triangle ABC est rectangle en A, alors $\sin(\hat{A}) = \sin(90) = 1$ et la loi des sinus s'écrit :

$a = \frac{b}{\sin(\hat{B})} = \frac{c}{\sin(\hat{C})}$ d'où $\sin(\hat{B}) = \frac{b}{a}$ et $\sin(\hat{C}) = \frac{c}{a}$ avec $a$ est l'hypothénuse du triangle ABC.







# 6 Perspective cavalière

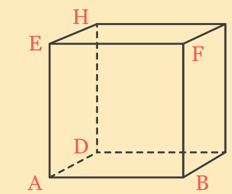
## Point de cours

**Propriété**

Dans un plan, une représentation en perspective cavalière conserve le parallélisme et l'alignement mais ne conserve pas les angles.

Les arêtes qui joignent deux faces parallèles sont parallèles et de même longueur.

Les éléments visibles sont représentés en traits pleins ; les éléments cachés en pointillé.



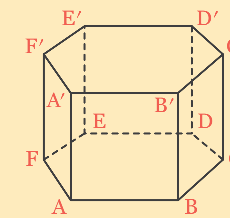

**Exemple**

Un prisme à base hexagonale. Toutes les arêtes verticales sont **parallèles** et de **même longueur**.

Les arêtes [AA'] et [EF] paraissent sécantes mais ne le sont pas.

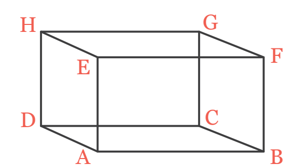
**Remarque 1** Des points peuvent paraître alignés dans la représentation alors qu'ils ne le sont pas en réalité.

**Remarque 2** Des droites peuvent paraître sécantes dans la représentation alors qu'elles ne le sont pas dans la réalité.



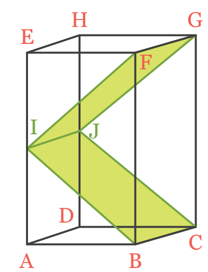

**1** **Des éléments cachés.**

Reproduisez la figure ci-contre (mesures libres) en traçant en pointillé les éléments cachés.



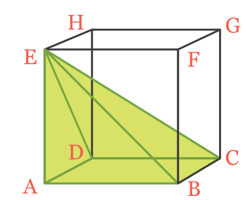

**2** **Des éléments cachés.**

Même exercice. I et J sont les milieux des arêtes [AE] et [DH].



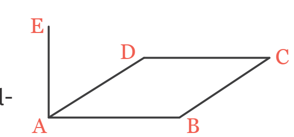

**3** **Des éléments cachés.**

Même exercice ; ABCDEFGH est un cube de 5 cm d'arête.




**4** **Une figure incomplète.**

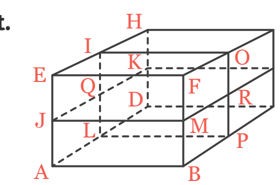
Complétez le pavé droit ci-contre en traçant en pointillé les éléments cachés.



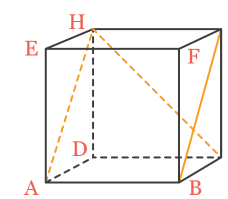

**5** **Question d'alignement.**

Indiquez si les points suivants sont alignés.

- B, P et C.
- J, Q et K.
- K, F et N.
- O, R et P.
- L, D et G.
- I, K et P.
- E, K et F.




**6** **Question de parallélismes.**




Répondez par vrai ou faux.

- (AH) et (BG) sont parallèles.
- (BG) et (CH) sont sécantes.
- (AG) et (CH) sont sécantes.
- (BG) et (CD) sont sécantes.
- (EG) et (BD) sont parallèles.